

Définition:

Une **équation** est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu, représenté par une lettre, appelée **inconnue** de l'équation.

Une **solution** de cette équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

Résoudre une équation, c'est trouver **toutes** les solutions.

Exemple: 2 est-il solution de l'équation $-3x - 5 = 2 - 5x$?

Correction :

$-3x - 5 = -3 \times 2 - 5 = -6 - 5 = -11$ $2 - 5x = 2 - 5 \times 2 = 2 - 10 = -8$
 donc pour $x=2$ $-3x - 5 \neq 2 - 5x$ donc 2 n'est pas solution de l'équation

Règle n°1: On ne change pas l'ensemble des solutions d'une équation en **ajoutant (ou retranchant) un même nombre aux deux membres** de l'équation.



Règle n°2: On ne change pas l'ensemble des solutions d'une équation en **multipliant (ou divisant) les deux membres de l'équation par un même nombre non nul.**

Exemples:

Résoudre $-3x - 5 = 7$

$$\begin{array}{l} -3x - 5 = 7 \\ \downarrow +5 \quad \downarrow +5 \\ -3x = 12 \\ \downarrow : (-3) \quad \downarrow : (-3) \\ x = -4 \end{array}$$

- 4 est la solution de l'équation

Résoudre $7x - 3 = 6x + 27$

$$\begin{array}{l} 7x - 3 = 6x + 27 \\ \downarrow +3 \quad \downarrow +3 \\ 7x = 6x + 30 \\ \downarrow -6x \quad \downarrow -6x \\ x = 30 \end{array}$$

30 est la solution de l'équation.

Résoudre $\frac{4+3x}{5} = \frac{7x-1}{8}$

Les fractions sont égales donc les produits en croix sont égaux.

$$8 \times (4+3x) = 5 \times (7x-1)$$

$$\begin{array}{l} 32+24x = 35x-5 \\ \downarrow -35x \quad \downarrow -35x \\ 32-11x = -5 \\ \downarrow -32 \quad \downarrow -32 \\ -11x = -37 \\ \downarrow : (-11) \quad \downarrow : (-11) \\ x = \frac{37}{11} \end{array}$$

$\frac{37}{11}$ est la solution de l'équation

Règle du produit nul (égal à 0):

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Définition: Une **équation-produit** est une équation qui s'écrit sous la forme $(ax+b)(cx+d)=0$.

Exemple : Résoudre l'équation $(3x-7)(2x+5)=0$.

Solution :

$$(3x-7)(2x+5)=0$$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Donc :

$$\begin{array}{l} 3x - 7 = 0 \\ \downarrow +7 \quad \downarrow +7 \\ 3x = 7 \\ \downarrow :3 \quad \downarrow :3 \\ x = \frac{7}{3} \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{l} 2x + 5 = 0 \\ \downarrow -5 \quad \downarrow -5 \\ 2x = -5 \\ \downarrow :2 \quad \downarrow :2 \\ x = \frac{-5}{2} = -2,5 \end{array}$$

Les solutions de cette équation sont $\frac{7}{3}$ **et** $\frac{-5}{2} = -2,5$.